2024-2025 学年高二上学期第一次月考数学试卷（提高篇）

【人教 A 版（2019）】

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

注意事项：

1.本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上；

2.回答第I卷时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效；

3.回答第II卷时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效；

4.测试范围：选择性必修第一册第一章、第二章；

5.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第 I 卷（选择题）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. （5 分）（24-25 高二上·陕西西安·开学考试）已知点$A(2,-3)$，$B(-3,-2)$，若过点(1,1)的直线与线段 AB 相交，则该直线斜率的取值范围是（　）

A．$\left(-\infty,-\frac{3}{4}\right]\cup[4,+\infty)$　　B．$(-\infty,-4]\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$

C．$\left[-\frac{3}{4},4\right]$　　D．$\left[-4,\frac{3}{4}\right]$

2.（5 分）（23-24 高二下·江苏泰州·阶段练习）O为空间任意一点，若$\overrightarrow{AP}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{8}\overrightarrow{OB}+t\overrightarrow{OC}$，若$A$，$B$，$C$，$P$四点共面，则$t=$（　）

A．1　　B．$\frac{9}{8}$　　C．$\frac{1}{8}$　　D．$\frac{1}{4}$

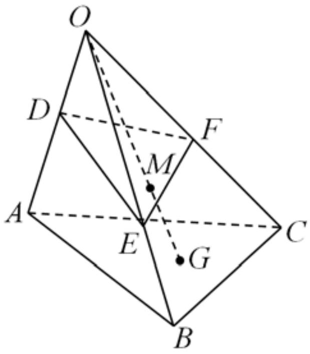
3. （5 分）（24-25 高二上·湖南岳阳·开学考试）过点$A(1,4)$的直线在两坐标轴上的截距之和为零，则该直线方程为（　）

A．$x-y+3=0$　　B．$x+y-5=0$

C．$4x-y=0$或$x+y-5=0$　　D．$4x-y=0$或$x-y+3=0$

4. （23-24 高二上·广东江门·阶段练习）如图，在三棱锥$O-ABC$中，点G为底面$\triangle ABC$的重心，点M是线段OG上靠近点G的三等分点，过点M的平面分别交棱OA，OB，OC于点D，E，F，若$\overrightarrow{OD}=k\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OE}=m\overrightarrow{OB}$，

$\overrightarrow{OF}=n\overrightarrow{OC}$，则$\frac{1}{k}+\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=$（   ）



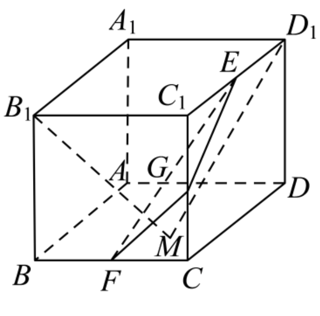
A．$\frac{13}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{3}{2}$　　D．$\frac{9}{2}$

5．（5 分）（2024·重庆沙坪坝·模拟预测）设直线 $l:x+y-1=0$， 一束光线从原点 O 出发沿射线 $y=kx(x\geq 0)$ 向直线 l 射出， 经 l 反射后与 x 轴交于点 M， 再次经 x 轴反射后与 y 轴交于点 N. 若 $|MN|=\frac{\sqrt{13}}{6}$， 则 k 的值为（   ）

A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{2}{3}$

C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{3}$

6．（5 分）（23-24 高二上·广东广州·阶段练习）在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AD=AA_1=3$，$AB=4$，E，F，G分别是棱C_1D_1，BC，CC_1的中点，M是平面$ABCD$内一动点，若直线D_1M与平面EFG平行，则$\overrightarrow{MB_1}\cdot\overrightarrow{MD_1}$的最小值为（   ）



A．$2\sqrt{3}$　　B．9　　C．$\frac{11}{4}$　　D．$\frac{3}{2}$

7．（5 分）（2024·广东茂名·模拟预测）已知 m，$n\in\mathrm{R}$，$m^2+n^2\neq 0$，记直线$nx+my-n=0$与直线$mx-ny-n=0$的交点为 P，点 Q 是圆 C：$(x+2)^2+(y-2)^2=4$上的一点，若 PQ 与 C 相切，则$|PQ|$的取值范围是（   ）

A．$\left[2\sqrt{2},\sqrt{14}\right]$　　B．$\left[2\sqrt{2},2\sqrt{7}\right]$

C．$\left[2,\sqrt{14}\right]$　　D．$\left[2,2\sqrt{7}\right]$

8.（5 分）（2024·山东临沂·二模）已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M，N分别为CC_1，C_1D的中点，则（　）

A．直线 MN 与A_1C所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$　B．平面BMN与平面BC_1D_1夹角的余弦值为$\frac{\sqrt{10}}{10}$

C．在BC_1上存在点 Q，使得$B_1Q\perp BD_1$　D．在B_1D上存在点 P，使得$PA//$平面BMN

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目的要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9．（6 分）（24-25 高二上·全国·课后作业）已知直线 l：$\sqrt{3}x-y+1=0$，则下列结论正确的是（　）

A．直线 l 的一个法向量为$\left(\sqrt{3},1\right)$

B．若直线 m：$x-\sqrt{3}y+1=0$，则$l\perp m$

C．点$\left(\sqrt{3},0\right)$到直线 l 的距离是 2

D．过$\left(2\sqrt{3},2\right)$与直线 l 平行的直线方程是$\sqrt{3}x-y-4=0$

10．（6 分）（23-24 高二上·江苏南京·阶段练习）已知圆$O:x^2+y^2=4$，则（　）

A．圆O与直线$mx+y-m-1=0$必有两个交点

B．圆O上存在 4 个点到直线$l:x-y+\sqrt{2}=0$的距离都等于 1

C．圆O与圆$x^2+y^2-6x-8y+m=0$恰有三条公切线，则$m=16$

D．动点P在直线$x+y-4=0$上，过点P向圆O引两条切线，A、B为切点，则四边形$PAOB$面积最小值为 2

11．（6 分）（23-24 高一下·河南周口·期末）在棱长为 2 的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P,Q分别是棱BC,CC_1的中点，点M满足$\overrightarrow{BM}=t\overrightarrow{BA},t\in[0,1]$，下列结论正确的是（　）

A．若$t=1$，则$A_1B_1//$平面MPQ

B．若$t=1$，则过点M,P,Q的截面面积是$\frac{9}{2}$

C．若$t=\frac{1}{2}$，则点A_1到平面MPQ的距离是$\frac{\sqrt{3}}{6}$

D．若$t=\frac{1}{2}$，则AB与平面MPQ所成角的正切值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$

第 II 卷（非选择题）

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12．（5 分）（23-24 高二下·江苏淮安·期中）已知向量$\vec{a}=(1,0,1)$，$\vec{b}=(1,1,2)$，则向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为______.

13．（5 分）（2024 高三·全国·专题练习）已知圆$C:x^2+y^2-2x-4y-4=0$，P为直线$l:x+y+2=0$上一点，过点P作圆C的两条切线，切点分别为A和B，当四边形$PACB$的面积最小时，则直线AB的方程为______.

14．（5 分）（23-24 高三下·广东深圳·期中）在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=AA_1=4,AD=2$，点P为侧面ABB_1A_1内一动点，且满足$C_1P\ //$平面ACD_1，则C_1P的最小值为______，此时点P到直线A_1C_1的距离为______.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程及验算步骤。

15.（13 分）（24-25 高二上·湖南·开学考试）在空间直角坐标系中，已知点$A(x,5-x,2x-1)$，$B(1,x+2,2-x)$，$C(1,2,3)$.

(1)若$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=2$，求$x$的值；

(2)求$|AB|$的最小值.

16．（15 分）（23-24 高二上·天津河西·阶段练习）已知直线$m\colon(a-1)x+(2a+3)y-a+6=0$，$n\colon x-2y+3=0$.

(1)若坐标原点 O 到直线 m 的距离为$\sqrt{5}$，求 a 的值；

(2)当$a=0$时，直线 l 过 m 与 n 的交点，且它在两坐标轴上的截距相反，求直线 l 的方程.

17．（15 分）（24-25 高二上·江西宜春·阶段练习）如图 1，在等腰直角三角形 ABC 中，$\angle A=90^\circ$，$BC=6,D,E$分别是AC,AB上的点，$CD=BE=\sqrt{2}$，O为BC中点，将$\triangle ADE$沿DE折起，得到如图 2 所示的四棱锥$A'-BCDE$，其中$A'O=\sqrt{3}$.

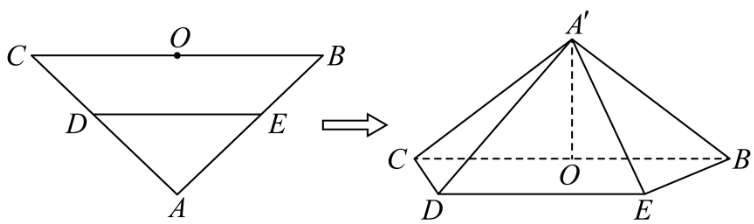


图1　　图2

(1)求证：$A'O\perp$平面$BCDE$；

(2)求点B到平面$A'CD$的距离.

18.（17分）（23-24高二上·浙江宁波·阶段练习）平面直角坐标系中，圆M经过点$A(\sqrt{3},1)$，$B(0,4)$，$C(-2,2)$.

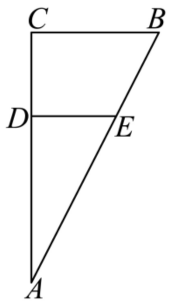
(1)求圆M的标准方程；

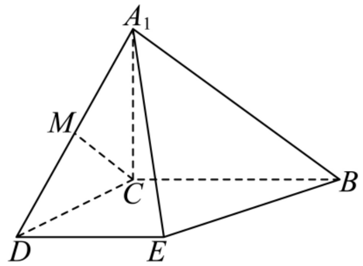
(2)设$D(0,1)$，过点D作直线l_1，交圆M于PQ两点，PQ不在y轴上.

①过点D作与直线l_1垂直的直线l_2，交圆M于EF两点，记四边形$EPFQ$的面积为S，求S的最大值；

②设直线OP，BQ相交于点N，试证明点N在定直线上，求出该直线方程.

19.（17分）（23-24高一下·吉林·期末）在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$BC=3$，$AC=6$，D,E分别是AC,AB上的点，满足$DE\parallel BC$且DE经过$\triangle ABC$的重心，将$\triangle ADE$沿DE折起到$\triangle A_1DE$的位置，使$A_1C\perp CD$，M是A_1D的中点，如图所示.





(1)求证：$A_1C\perp$平面$BCDE$；

(2)求CM与平面A_1BE所成角的大小；

(3)在线段A_1C上是否存在点N，使平面CBM与平面BMN成角余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{4}$？若存在，求出CN的长度；若不存在，请说明理由.